

Дано: $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

$l = 15 \text{ см}$

$d = 10 \text{ мм}$

$\tau_T = 150 \text{ МПа}$

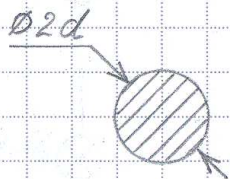
Определить: 1) $M_{кр}$, τ_{max} , φ ;

2) Участок стержня, на котором появятся первые пластические деформации;

3) Значение параметра нагрузки M , соответствующего появлению первых пластических деформаций: $M = M_T$.

Решение

Геометрические характеристики всех поперечных сечений приводим к единице масштаба:

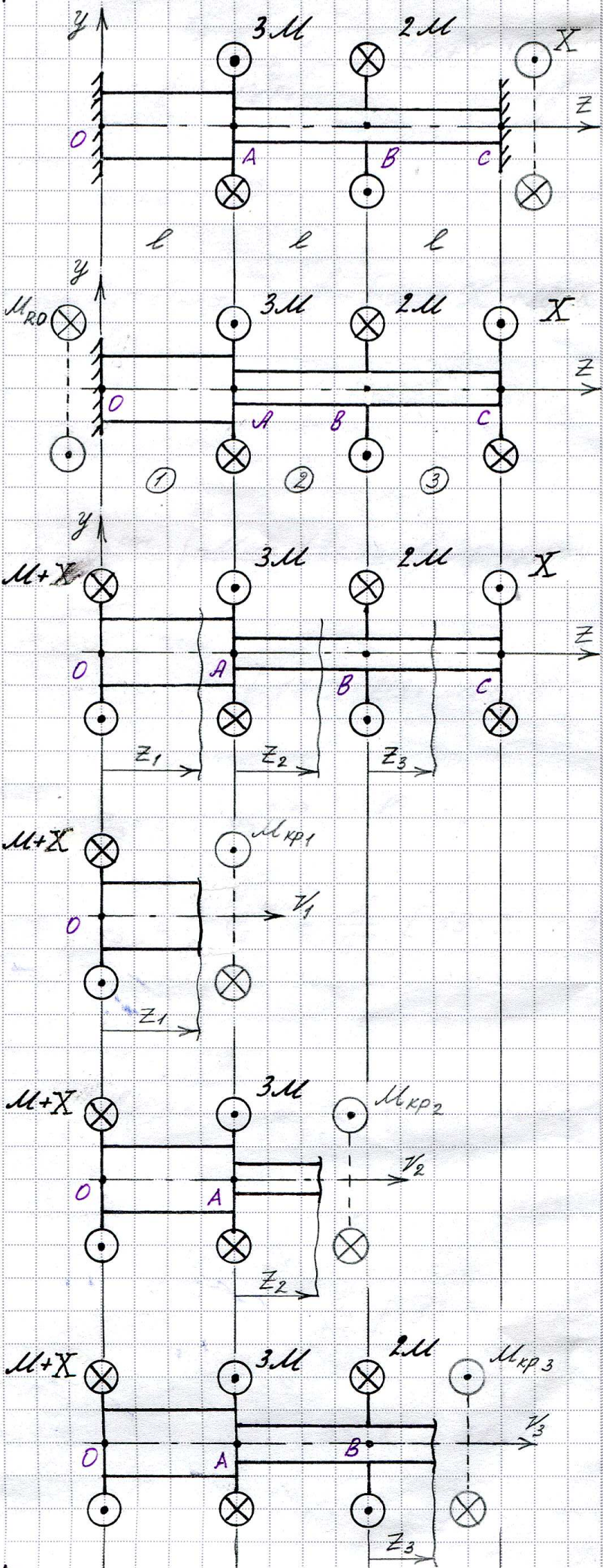


$$W_p = \frac{\pi (2d)^3}{16} = \frac{\pi d^3}{2} \stackrel{\Delta}{=} W = \frac{\pi \cdot 0,010^3}{2} = 157,1 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{W}{8}$$

$$J_p = \frac{\pi (2d)^4}{32} = \frac{\pi d^4}{2} \stackrel{\Delta}{=} J = \frac{\pi \cdot 0,010^4}{2} = 157,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{J}{16}$$



$$M_{RC} \stackrel{\Delta}{=} X$$

$$\sum M_z = 0 = -M_{RO} + 3M - 2M + X$$

$$M_{RO} = M + X = \left(1 + \frac{31}{33}M\right) = \frac{64}{33}M \leftarrow$$

$$\sum M_{z1} = 0 = -(M+X) + M_{KP1}$$

$$M_{KP1} = M + X = \frac{64}{33}M \leftarrow$$

$$\sum M_{z2} = 0 = -(M+X) + 3M + M_{KP2}$$

$$M_{KP2} = X - 2M = -\frac{35}{33}M \leftarrow$$

$$\sum M_{z3} = 0 = -(M+X) + 3M -$$

$$- 2M + M_{KP3}$$

$$M_{KP3} = X = \frac{31}{33}M \leftarrow$$

$$\tau_{max1} = \frac{M_{KP1}}{W_{P1}} = \frac{M+X}{W} = \frac{M + \frac{31}{33}M}{W} = \frac{64}{33} \frac{M}{W} \leftarrow$$

$$\tau_{max2} = \frac{M_{KP2}}{W_{P2}} = \frac{(X-2M)8}{W} = \frac{280}{33} \frac{M}{W} \leftarrow$$

$$\tau_{max3} = \frac{M_{KP3}}{W_{P3}} = \frac{8M}{W} = \frac{8 \cdot \frac{31}{33}M}{W} = \frac{248}{33} \frac{M}{W} \leftarrow$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \int_0^{z_1} \frac{M_{KP1} dz_1}{GJ_{P1}} = \int_0^{z_1} \frac{(M+X) dz_1}{GJ}$$

$$= \frac{M+X}{GJ} \cdot z_1$$

$$z_1 = 0: \varphi_1^{max} = 0$$

$$z_1 = l: \varphi_1^{max} = \frac{(M+X)l}{GJ} = \frac{\left(M + \frac{31}{33}M\right)l}{GJ} = \frac{64}{33} \frac{Ml}{GJ} \leftarrow$$

$$\varphi_2 = \varphi_1^{\text{кон}} + \int_0^{z_2} \frac{M_{\text{кр}2} dz_2}{GJ \rho_2} = \frac{(M+X)l}{GJ} + \int_0^{z_2} \frac{16(X-2M)}{GJ} dz_2 = \frac{1}{GJ} [(M+X)l + 16(X-2M)z_2]$$

$$z_2=0: \varphi_2^{\text{нар}} = \frac{l}{GJ} [M+X] = \frac{l}{GJ} [M + \frac{31}{33}M] = \frac{64}{33} \frac{Ml}{GJ} \leftarrow$$

$$z_2=l: \varphi_2^{\text{кон}} = \frac{l}{GJ} [M+X + 16X - 32M] = \frac{l}{GJ} [17X - 31M] = \\ = \frac{l}{GJ} [17 \frac{31}{33}M - 31M] = -\frac{496}{33} \frac{Ml}{GJ} \leftarrow$$

$$\varphi_3 = \varphi_2^{\text{кон}} + \int_0^{z_3} \frac{M_{\text{кр}3} dz_3}{GJ \rho_3} = \frac{l}{GJ} [17X - 31M] + \int_0^{z_3} \frac{16X}{GJ} dz_3 =$$

$$= \frac{1}{GJ} [17X \cdot l - 31Ml + 16X \cdot z_3] = \frac{1}{GJ} [X(17l + 16z_3) - 31Ml]$$

$$z_3=0: \varphi_3^{\text{нар}} = \frac{l}{GJ} [17X - 31M] = \frac{l}{GJ} [17 \frac{31}{33}M - 31M] = -\frac{496}{33} \frac{Ml}{GJ} \leftarrow$$

$$z_3=l: \varphi_3^{\text{кон}} = \frac{l}{GJ} [33X - 31M] = \frac{l}{GJ} [33 \frac{31}{33}M - 31M] = 0 \leftarrow$$

Поворот в точке С невозможен (такая заделка):

$$\varphi_c = \varphi_3^{\text{кон}} = 0$$



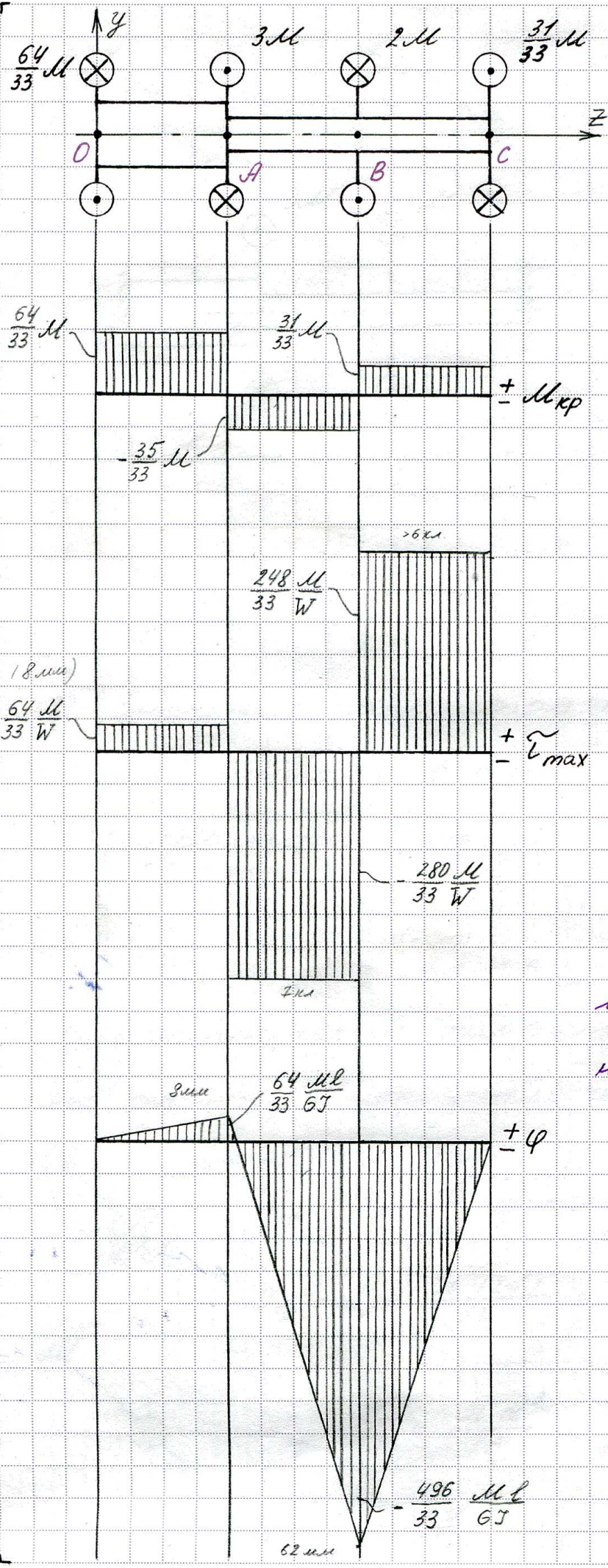
$$\frac{l}{GJ} [33X - 31M] = 0$$



$$33X - 31M = 0$$



$$X = \frac{31}{33} M$$



Деление касательных напряжений τ на "положительные" и "отрицательные" весьма условно: их разрушающее действие от знака не зависит. Первые пластические деформации появятся на той участке, где касательные напряжения наибольшие по модулю.

$$|\tau_{\max}|_{\max} = |\tau_{\max 2}| = \frac{280 \cdot \mu}{33 \cdot W}$$

Появятся они при действии на стержень внешней нагрузки с параметром M_T :

$$\tau_T = \frac{280 \cdot M_T}{33 \cdot W}$$

$$\begin{aligned}
 M_T &= \frac{33 \cdot \tau_T \cdot W}{280} = \\
 &= \frac{33 \cdot 150 \cdot 10^6 \cdot 157,1 \cdot 10^{-8}}{280} = \\
 &= 27,77 \text{ к.м}
 \end{aligned}$$